G.T.P.N° 2 : MATRICES

Propiedades de las matrices

Sean las matrices $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{Q}$, $\boldsymbol{R}$ de orden $m \times n$, $\boldsymbol{O}$ la matriz nula de $m \times n$, $\boldsymbol{I}$ la matriz identidad y r, s escalares, entonces:

Propiedades	
Conmutativa de la suma	$P + Q = Q + P$
Asociativa de la suma	$P + (Q + R) = (P + Q) + R$
Identidad de la suma	$P + O = O + P = P$
Distributiva izquierda	$r(P + Q) = rP + rQ$
Distributiva derecha	$(r + s)P = rP + sP$
Inverso aditivo	$P + (-P) = O$
Asociativa de la multiplicación de escalares	$(r \cdot s)P = r(sP)$
Asociativa de la multiplicación	$P(QR) = (PQ)R$
Identidad de la multiplicación	$IP = PI = P$
Distributiva por la izquierda	$P(Q + R) = PQ + PR$
Distributiva por la derecha	$(Q + R)P = QP + RP$

EJERCICIO 1

Determina los valores de las incógnitas, para que las matrices sean iguales.

1. $\begin{bmatrix} a & 3 \\ 4 & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$

2. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ y+1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+3 & z \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$

3. $\begin{bmatrix} t+4 & 6-r & 2q+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6-t & 5 & 7-q \end{bmatrix}$

EJERCICIO 2

Para las siguientes matrices, efectúa $\mathbf{A} + \mathbf{B}$, $\mathbf{A} - \mathbf{B}$, $\mathbf{A} - \mathbf{A}$, $4\mathbf{A} - 3\mathbf{B}$ y $2\mathbf{A} - 0\mathbf{B}$

1. $A = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

2. $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -6 & 7 & 3 \end{bmatrix}$

3. $A = \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ 1 & 0 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -4 & 5 \\ 2 & -6 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$

EJERCICIO 3

Para las siguientes matrices determina ***AB***, ***BA***, ***A***(***B*** – 2***C***) y ***A***(***BC***), en caso de ser posible.

1. $A = \begin{bmatrix} 5 & 7 \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

2. $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

3. $A = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 0 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ -2 & 0 & -1 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$

4. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ -2 & 0 & -1 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$

EJERCICIO 4

Calcular la matriz X que cumple: 2.X+3.A=B ; siendo

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 0 \\ -4 & -1 \end{bmatrix}$$

EJERCICIO 5

Obtener las matrices A y B que verifiquen el sistema:

$$\begin{cases} 2A + B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \\ A - 3B = \begin{pmatrix} -4 & -3 & -2 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \end{cases}$$

EJERCICIO 6

Encuentre el inverso, si existe, de cada matriz.

a) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -7 \end{bmatrix}$ *b)* $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 3 & -6 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 9 & 13 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ *d)* $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

EJERCICIO 7

Resolver las siguientes ecuaciones matriciales

1) $\boldsymbol{AX + B = C}$; donde A, B y C son las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$
$$B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$
$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

2) $\boldsymbol{AXB = BA}$, donde A y B son las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$
$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}$$

3) ***XA+B= 2C*** siendo las matrices

$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$