INSTITUTO SUPERIOR 6005 - SALTA

MATERIA

MATEMÁTICA FINANCIERA

CARRERA: TECNICO SUPERIOR EN GESTION DE PROYECTOS

CUADERNILLO DE CASOS PRÁCTICOS

Año 2020

PARTE I: INTERÉS Y DESCUENTO

Sumario:

Sección: INTERÉS SIMPLE

CASO DE PRÁCTICO Nº 1: CÁLCULO DEL INTERÉS. SINCRONÍA ENTRE TIEMPO Y TASA

¿Qué interés produce un capital de $ 1.000 en 90 días al 95% anual? Los cálculos deben efectuarse empleando la tasa anual, mensual y diaria, considerando el año de 360 días.

R: a) 237,50; b) ídem; c) ídem

SOLUCIÓN:

$I = C \cdot i \cdot n$; $M = C + I$; $M = C + C \cdot i \cdot n$; $M = C \cdot (1 + i \cdot n)$

$C = 1000$; $n = 90$ días ; $i = 0{,}95$ anual

a) $I = 1.000 \cdot 0{,}95 \cdot \frac{90}{360}$ → Si usamos la tasa anual $i = 0{,}95$ expresamos el tiempo en años $n = \frac{90}{360}$

b) $I = 1.000 \cdot \frac{0{,}95}{12} \cdot 3$ → Si usamos la tasa mensual $i = \frac{0{,}95}{12}$, expresamos el tiempo en meses ; $n = 3$

c) $I = 1000 \cdot \frac{0{,}95}{360} \cdot 90$ → Si usamos la tasa diaria $= \frac{0{,}95}{360}$ expresamos el tiempo en días $n = 90$

En todos los casos:

$$\underline{\underline{I = 237{,}50}}$$

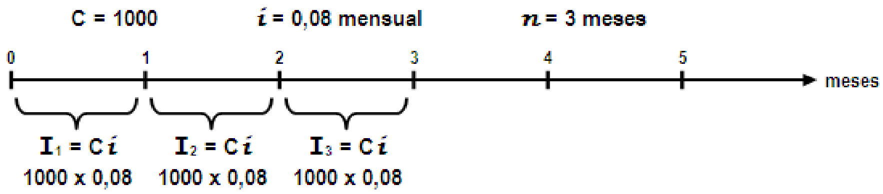
<u>CASO DE PRÁCTICO Nº 2</u>: VARIACIÓN DIRECTA DEL INTERÉS POR CAMBIOS EN LA TASA, EN EL TÉRMINO DE TIEMPO Y EN EL CAPITAL.

El señor J.Moore compra 10 acciones de $ 100 c/u, esperando obtener una tasa del 8% mensual, manteniendo la inversión durante 3 meses.
a) Determinar el Interés de la operación en dichoplazo.
b) Suponiendo que la tasa ascendió en dicho plazo al 12%, indicar el interés obtenido por el Sr.Moore.
c) Por consejo de su asesor el Sr. Moore decide prolongar el plazo de la inversión a 4,5 meses manteniendo la tasa original del 8% mensual. Calcule el interés de esta inversión.
d) Cual sería el interés obtenido si Moore hubiese comprado 15 acciones a $ 100 c/u para invertir durante tres meses al 8% de interésmensual.

R: a) $ 240; b) $ 360; c) $ 360; d) $360

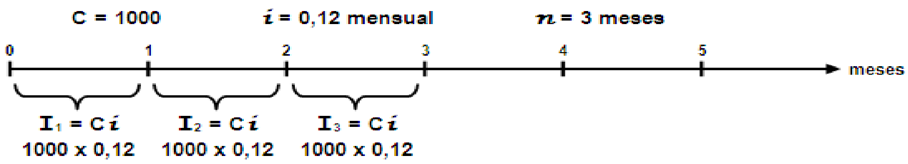
El interés simple es proporcional al Capital, a la tasa “i” y al tiempo “n”.

a)



$\mathbf{I} = C \;.\; i \;.\; n = 1000 \;.\; 0{,}08 \;.\; 3 = 240$

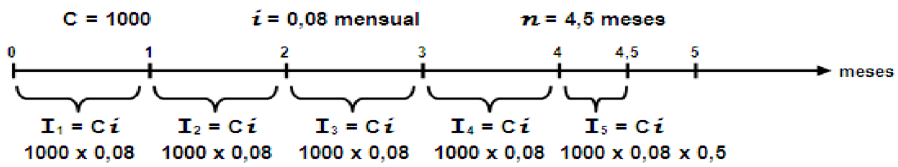
b)



$\mathbf{I} = C \;.\; i \;.\; n = 1000 \;.\; 0{,}12 \;.\; 3 = 360$

Si “i” aumenta un 50%, el interés $\mathbf{I}$ aumenta un 50%.

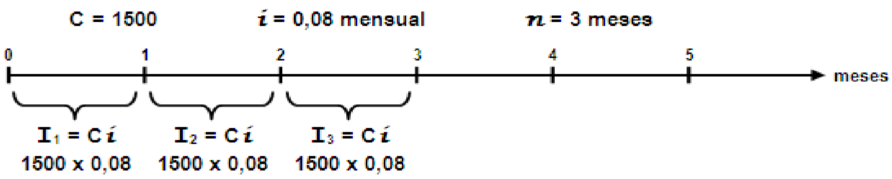
c)



$\mathbf{I} = C \;.\; i \;.\; n = 1000 \;.\; 0{,}08 \;.\; 4{,}5 = 360$

Si “n” aumenta un 50%, el interés $\mathbf{I}$ aumenta un 50%

d)



$\mathbf{I} = C \;.\; i \;.\; n = 1500 \;.\; 0{,}08 \;.\; 3 = 360$

Si “C” aumenta un 50%, el interés $\mathbf{I}$ aumenta un 50%.

CASO DE PRACTICO Nº 3: EMPLEO DEL SISTEMA DE NUMERALES.

La empresa Héctor Rocataglia S.A., cierra balance el 30/11 de cada año, fecha en la que se liquidan los intereses en los resúmenes de sus clientes con cuenta corriente, por el sistema de numerales.
Calcular el interés en el resumen del Sr. Urbano J. Fava, si la tasa de interés es del 86% anual. Trabaje considerando que se trata de un año no bisiesto. (Año de 365 días. tiempo exacto)

FECHA	DÉBITOS	CRÉDITOS	SALDOS		DÍAS	NUMERAL
			DEUDOR	ACREEDOR		
4/01	80.00		80.00	0.00		
20/01		53.00	27.00	0.00		
26/02	123.56		150.56	0.00		
12/03		160.00	0.00	(9.44)		
30/04	400.00		390.56	0.00		
5/05	15.60		406.16	0.00		
15/06		485.00	0.00	(78.84)		
20/07	80.16		1.32	0.00		
24/09	623.23		624.55	0.00		
11/10		423.23	201.32	0.00		
30/11						

R: I= $ 95,52

SOLUCIÓN:

El sistema de numerales es un procedimiento abreviado para el cálculo del interés simple, cuando existen variaciones de capital y de tiempo, permaneciendo la tasa de interés constante
Generalmente es utilizado por los bancos para el cálculo del interés en cajas de ahorro y cuentas corrientes

Dados: C_1; C_2 ; C_3; .... ;C_k capitales
t_1; t_2 ; t_3 ; .... ;t_k tiempo en días.

$$I = C_1\, i\, \frac{td_1}{365} + C_2\, i\, \frac{td_2}{365} + C_3\, i\, \frac{td_3}{365} + \dots + C_K\, i\, \frac{td_K}{365}$$

$$I = \frac{C_1\, td_1}{\left(\frac{365}{i}\right)} + \frac{C_2\, td_2}{\left(\frac{365}{i}\right)} + \frac{C_3\, td_3}{\left(\frac{365}{i}\right)} + \dots + \frac{C_K\, td_K}{\left(\frac{365}{i}\right)}$$

Denominamos : $\Delta = \frac{365}{i}$ divisor fijo.

	DÉBITOS	CRÉDITOS	SALDOS		DÍAS	NUMERAL
			DEUDOR	ACREEDOR		
4/01	80.00		80.00	0.00	16	1,280.00
20/01		53.00	27.00	0.00	37	999.00
26/02	123.56		150.56	0.00	14	2,107.84
12/03		160.00	0.00	(9.44)	49	(462.56)
30/04	400.00		390.56	0.00	5	1,952.80
5/05	15.60		406.16	0.00	41	16,652.56
15/06		485.00	0.00	(78.84)	35	(2,759.40)
20/07	80.16		1.32	0.00	66	87.12
24/09	623.23		624.55	0.00	17	10,617.35
11/10		423.23	201.32	0.00	50	10,066.00
30/11						
					TOTAL	40,540.71

$$I = \frac{\text{Suma de numerales}}{\text{Divisor fijo}} = \frac{C_1 t d_1 + C_2 t d_2 + \dots + C_k t d_k}{\Delta}$$

$$\therefore \quad I = \frac{\sum \text{NUMERARES}}{\Delta}$$

Luego: $I = 40.540,71 \cdot \frac{0,86}{365} = \underline{\underline{95,52}}$

$$\Delta = 0,002356164$$

INTERÉS COMPUESTO

CASO DE PRÁCTICO Nº 4: CUADROS COMPARATIVOS (INTERÉS SIMPLE E INTERÉS COMPUESTO).

Se realizaron dos inversiones de $100.000 cada una por 4 años al 6% anual: una a interés simple y la otra a interés compuesto con capitalización anual. Compare y grafique ambos intereses, indicando la suma que por este concepto se genera en cada período. 2) A que tasa anual simple debería haberse invertido el Capital de $100.000 durante los 4 años para lograr obtener el mismo monto que el obtenido con Interés compuesto a la tasa del 6% anual.

SOLUCIÓN:
1)

Cuadro Comparativo	
Interés simple	Interés compuesto
Los intereses se calculan siempre sobre el capital inicial. El interés de cada período es el mismo en todos los períodos En el caso trabajado: $I_1 = I_2 = I_3 = I_4 = C.i = 6.000$	Los intereses se calculan sobre el monto acumulado (Capital más interés) en el período inmediato anterior. Dado que hay un sucesivo aumento de la base, el interés en cada período es cada vez mayor: En el caso : $I_1 = C.i = 6.000$ $I_2 = 106.000 . 0,06 = 6.360$ $I_3 = 112.360 . 0.06 = 6741,6$ $I_4 = 119.101,6 . 0,06 = 7146,1$
El interés simple es proporcional al capital, al tiempo y a la tasa.	El interés compuesto es proporcional al capital, pero no a la tasa.
El interés ganado no se reinvierte productivamente	El interés ganado es reinvertido, se agrega al capital ,

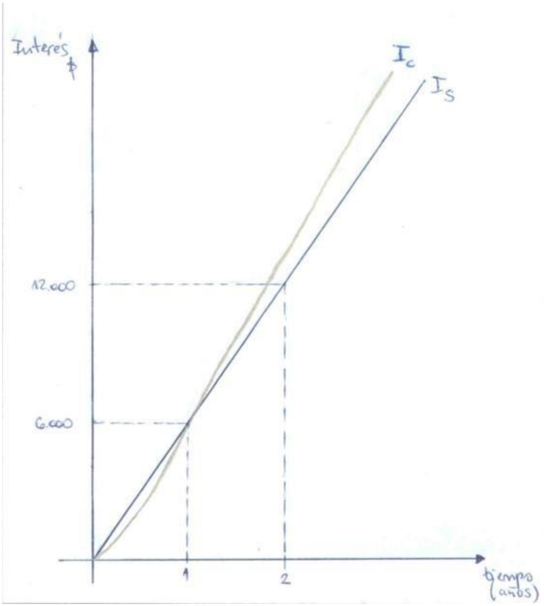
$M = 100.000 (1 + 0,06 . 4) = 124.000$
$A = 100.000 (1 + 0,06)^4 = 126.247$

Nota: Observar que las tasas de interés deben estar acompañadas por la referencia temporal, el simple número pierde significado sin esa referencia.

$I_s = 100.000 . 0,06 . 4 = 24.000$
$I_c = A – C = 126.247 – 100.000 = 26.247$

Se observa en los siguientes gráficos la diferencia entre ambos intereses (simple y compuesto):

Gráfico:



Este gráfico no está realizado a escala para permitir observar la diferencia entre ambos tipos de interés.

Debe observarse que los montos compuestos y simples son iguales en el primer período de capitalización, no necesariamente en el primer año. Así, tenemos:

Tiempo	Monto Simple	Monto Compuesto
0	100.000	100.000
0,1	100.600	100.584,39
0,2	101.200	101.172,20
0,3	101.800	101.763,44
0,4	102.400	102.358,13
0,5	103.000	102.956,30
0,6	103.600	103.557,97
0,7	104.200	104.163,15
0,8	104.800	104.771,87
0,9	105.400	105.384,15
1	106.000	106.000,00
2	112.000	112.360,00
3	118.000	119.101,60
4	124.000	126.247,70

2)

A= 100.000 $(1+ 0{,}06)^4$ = 126.247,70

M= 100.000 (1 + i . 4)=126.247,70 , Luego: i= 0,06561925 anualsimple

Existe equivalencia entre una tasa de interés simple y una tasa de interés compuesto cuando un dado capital, al cabo de un tiempo n, genera el mismo monto en ambos regímenes. Observamos que la tasa de interés simple resultará mayor que la compuesta para compensar el efecto de la capitalizacióncompuesta.

<u>CASO DE PRÁCTICO Nº 5</u>: CALCULO DE TASAS PROMEDIO

Se depositan simultáneamente $ 15.000, $ 20.000 y $ 30.000 al 4%, 5% y 8% mensual, respectivamente, a seis meses de plazo, con capitalización mensual. Calcule la tasa mensual, trimestral, cuatrimestral y semestral (con igual frecuencia de capitalización respectivamente) promedio de toda la inversión (Año 360 días).

R: i = 6,2256907% mensual; i = 19,8639806% trimestral; i = 27,326342% cuatrimestral; i = 43,6737385% semestral.

SOLUCIÓN:

MONTO TOTAL OBTENIDO = $A_1 + A_2 + A_3$

$A_T = 15.000\ (1+0,04)^6 + 20.000\ (1+0,05)^6 + 30.000(1+0,08)^6$

$A_T = 18.979,79 + 26.801,91 + 47.606,23$

$A_T = 93.387,93$

INVERSION INICIAL = $ 15.000 + $ 20.000 + $ 30.000

<u>CALCULOTASAS PROMEDIO:</u> $A_T = C_T\ .(1+i_p)^n$

a) <u>Mensual</u>

$65.000\ (1+i)^6 = 93.387,93$

$(1+i)^6 = 1,436737385$

$i = 0,062256907$ mensual

b) <u>Trimestral</u>

$65.000\ (1+i)^2 = 93.387,93$

$(1+i)^2 = 1,436737385$

$i = 0,198639806$ trimestral

c) <u>Cuatrimestral</u>

$65.000\ (1+i)^{1,5} = 93.387,93$

$(1+i)^{1,5} = 1,436737385$

$i = 0,27326342$ cuatrimestral

d) <u>Semestral</u>

$65.000\ (1+i) = 93.387,93$

$(1+i) = 1,436737385$

$i = 0,436737385$ semestral

CASO DE PRÁCTICO Nº 6: INTERÉS COMPUESTO CON CAPITALIZACION SUB-PERIODICA.

El Banco Galicia ofrece a sus clientes realizar plazos fijos a una tasa del 60% anual. Dicha operación puede ser realizada a 30 días, 90 días, 360 días de plazo y en formacontinua.

a) Calcular el monto que se obtiene si invertimos un capital de $ 5.000 y el mismo es renovado a lo largo de un año para cada uno de los plazosofrecidos.

b) Analice los rendimientos anuales para cada caso.

Considerar año de 360 días.

R:a) Renovando cada 360 días = $ 8.000,00
Renovando cada 90 días = $ 8.745,03
Renovando cada 30 días = $ 8.979,28
En forma continua = $9.110,59

b) Renovando cada 360 días = 60,00%
Renovando cada 90 días = 74,90%
Renovando cada 30 días = 79,59%
En forma continua =82,22%

SOLUCIÓN:

$$A = \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m\,.\,n}$$

a) Renovando cada360días: m =1

$$A = 5.000\left(1 + \frac{0,60}{1}\right)^{1.1} \Rightarrow A = \$8.000,00$$

Renovando cada90días: m =4

$$A = 5.000\left(1 + \frac{0,60}{4}\right)^{4.1} \Rightarrow A = \$8.745,03$$

Renovando cada30días: m =12

$$A = 5.000\left(1 + \frac{0,60}{12}\right)^{12.1} \Rightarrow A = \$8.979,28$$

Enformacontinua: $m \rightarrow \infty$

$$A = 5.000\,.\,e^{1.0,60} \Rightarrow A = \$9.110,59$$

b) Análisis del rendimiento para varias frecuencias de capitalización:
(Año 360días)

Frecuencia	m=360/t	i nominal anual	Capital	Interés	Monto	Rendimiento anual
Anual	1	60%	5.000,00	3.000,00	8.000,00	60,00%
Semestral	2	60%	5.000,00	3.450,00	8.450,00	69,00%
Cuatrimestral	3	60%	5.000,00	3.640,00	8.640,00	72,80%
Trimestral	4	60%	5.000,00	3.745,03	8.745,03	74,90%
Bimestral	6	60%	5.000,00	3.857,81	8.857,81	77,16%
Mensual	12	60%	5.000,00	3.979,28	8.979,28	79,59%
Quincenal	24	60%	5.000,00	4.043,63	9.043,63	80,87%
Semanal	51,43	60%	5.000,00	4.078,74	9.078,74	81,57%
Diaria	360	60%	5.000,00	4.106,04	9.106,04	82,12%
Instantánea	∞	60%	5.000,00	4.110,59	9.110,59	82,22%

Observamos que, cuanto mayor es la frecuencia de capitalización (m), mayor es el monto generado por la misma tasa periódica, el mismo capital y el mismo tiempo.
El máximo monto posible de obtener a esa tasa, en ese tiempo y con ese capital se logra con capitalizacióncontinua.

$$\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m} > 1+i \qquad \forall\, m>1$$

CASO DE PRÁCTICO Nº 7: TASAS EFECTIVAS VENCIDAS

Un banco desea ofrecer a sus clientes la posibilidad de obtener un rendimiento efectivo anual vencido de 60%.

a) Calcule las tasas nominales anuales vencidas a publicarse para colocaciones en plazo fijo para 30 y 90 días. Año365.
b) Calcule el monto a obtener a partir de un capital de $ 100.000 colocado en plazo fijo renovable cada 30 días para los plazos de 1 año, 2 años y 3 años. Año 365.

a) $i' = 0{,}60$ Anual

$i = ?$

p/30d $\Rightarrow m = \frac{365}{30}$

$$\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m} = (1+i')$$

$$\left(1+\frac{i}{\frac{365}{30}}\right)^{\frac{365}{30}} = 1+0{,}60$$

$$i = 0{,}4792 \text{ Anual}$$

$i' = 0{,}60$ Anual

$i = ?$

p/90d $\Rightarrow m = \frac{365}{90}$

$$\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m} = (1+i')$$

$$\left(1+\frac{i}{\frac{365}{90}}\right)^{\frac{365}{90}} = 1+0{,}60$$

$$i = 0{,}4983 \text{ Anual}$$

b) $C = 100.000$

$i' = 0{,}60$ Anual

$n_1 = 1$ Año

$n_2 = 2$ Año

$n_3 = 3$ Año

$A_1 = ?$

$A_2 = ?$

$A_3 = ?$

$$A = C\,(1+i')^{n}$$

$$A_1 = 100.000\,(1+0{,}60)^{1} = 160.000$$

$$A_2 = 100.000\,(1+0{,}60)^{2} = 256.000$$

$$A_3 = 100000\,(1+0{,}60)^{3} = 409.600$$

Regímenes de Actualización:

- **Descuento Simple a Tasa Vencida oRacional.**
- **Descuento Simple a Tasa Adelantada, Irracional, Bancaria oComercial.**

REGÍMENES DE ACTUALIZACIÓN

DESCUENTO SIMPLE A TASA VENCIDA O RACIONAL (i)

CASO DE PRÁCTICO Nº 8: CÁLCULO DEL VALOR ACTUAL.

Calcular el valor actual de un documento de $ 1.000 que vence a los 180 días, si la tasa i es:

a) 4%mensual
b) 6% mensual (meses de 30días)

R: a) $ 806,45; b) $ 735,29.

SOLUCIÓN:

$$V(1+in) = N \Rightarrow V = \frac{N}{1+in}$$; con i y n sincrónicos

- El descuento D es:

$$D = N - V = N - \frac{N}{1+in} = \frac{Nni}{1+in}$$

$N = 1000.-$

$n = 180$ días $\Rightarrow n = 6$ meses (meses de 30 días)

a) $i = 0{,}04$ mensual

$$V = \frac{1000}{1+0{,}04 \cdot 6} = 806{,}45.-$$

b) $i = 0{,}06$ mensual

$$V = \frac{1000}{1+0{,}06 \cdot 6} = 735{,}29$$

Observamos que cuanto mayor es la tasa en que se descuenta, menor es el valor actual obtenido.

CASO DE PRÁCTICO Nº 9: LOS DIAGRAMAS DE FLUJO DEBEN SER VALUADOS AL MOMENTO CERO EN DESCUENTO SIMPLE.

El Sr. Cisell firmó tres documentos de $ 50.000, $ 120.000 y de $150.000 con vencimiento a los 4, 10 y 12 meses respectivamente. Se desea conocer:

a) Si se saldara la deuda en un solo pago a los 14 meses con una tasa i= 60% anual, ¿cuál sería el importe de dichopago?

b) Si se saldara la deuda con dos pagos de igual importe, uno a los 11 meses y el otro a los 14 meses a una tasa i= 60% anual. ¿Cuál sería el valor de dichos pagos? (Año: 360días).

R: a) 366.208,34; b) $ 174.653,21 SOLUCIÓN:

Dos o más documentos son equivalentes cuando sus valores actuales son iguales

$N_1 = 50.000 \qquad n_1 = 4$ meses $\qquad i = 0{,}60$ anual

$N_2 = 120.000 \qquad n_2 = 10$ meses $\qquad \cancel{i/m} = 0{,}05$ mensual

$N_3 = 150.000 \qquad n_3 = 12$ meses

a) $V_1 + V_2 + V_3 = V$

$$\frac{N_1}{1+n_1 i} + \frac{N_2}{1+n_2 i} + \frac{N_3}{1+n_3 i} = \frac{N}{1+n i}$$; n e i sincrónicos

$$\frac{50.000}{(1+4.0{,}05)} + \frac{120.000}{(1+10.0{,}05)} + \frac{150.000}{(1+12.0{,}05)} = \frac{N}{1+14.0{,}05}$$

$$215.416{,}667 = \frac{N}{1+0{,}05.14} \Rightarrow \underline{N = 366.208{,}34}$$

b) $V_1 + V_2 + V_3 = V_1 + V_2$; Para ser equivalentes

$$\frac{N_1}{1+n_1 i} + \frac{N_2}{1+n_2 i} + \frac{N_3}{1+n_3 i} = \frac{N_1}{1+n_1 . i} + \frac{N_2}{1+n_2 . i}$$

Como los dos pagos son iguales $\Rightarrow N_1 = N_2 = N^*$

$$\underbrace{\frac{N_1}{1+n_1 i} + \frac{N_2}{1+n_2 i} + \frac{N_3}{1+n_3 i}}_{= 215.416{,}67} = N^*\left(\frac{1}{1+11.0{,}05} + \frac{1}{1+14.0{,}05}\right)$$

Luego: $N^*\left(\frac{1}{1+11.0{,}05} + \frac{1}{1+14.0{,}05}\right) = 215.416{,}67 \Rightarrow \underline{N^* = 174.653{,}21}$

$\Rightarrow$ Dos pagos de 174.653,21. Uno a los 11 y otro a los 14 meses, tienen el mismo valor actual que los documentos.

DESCUENTO SIMPLE A TASA ADELANTADA, COMERCIAL, BANCARIO O IRRACIONAL

<u>CASO DE PRÁCTICO Nº 10</u>: CÁLCULO DEL DESCUENTO.

Calcular el descuento que sufre un documento de $1.000 descontado a la tasa "d" del 48% anual, 180 días antes de su vencimiento. Determinar el importe neto que percibe. (Año: 360 días). Comparar los resultados con los obtenidos en el apartado a) del caso13.-

R: D = $ 240;   V = $ 760.   Caso 12 a) D = $ 193,55; V = $806,45.

SOLUCIÓN:

D= N.d.n   ;   V= N-D ; V= N (1-n.d)

El descuento simple se utiliza generalmente para períodos menores de un año; si conocemos la tasa d y el tiempo expresado en días, corresponde traducirlo a fracción del año; n= t (días)/ 360 ó n = t (días) /365

Por lo tanto:

$N = 1000$

$d = 0,48$ anual

$t = 180$ ds

año 360 ds

$D = N . d . n$

$D = 1000 \times 0,48 \times \frac{180}{360}$

$D = 240$

$V = N - D$

$V = 1000 - 240$

$V = 760$

COMPARACIÓN CON CASO Nº13					
CASOS	**N**	**i**	**d**	**V**	**D**
13	**100 %**	**48%**		**$ 806,45**	**$ 193,55**
15	**1000**		**48%**	**$ 760,00**	**$ 240,00**

Si se compara el valor actual y el descuento con los resultados del apartado a) del caso práctico 12, observamos que a iguales tasas, valores nominales y períodos de descuento, el descuento racional opera sobre el valor actual y el irracional sobre el valor nominal, resultando el primero inferior al segundo.

Nota: Nuestro sistema Bancario trabaja hoy con años de 365 días. Además el tiempo en períodos menores de un año se expresa en días.

CASO DE PRÁCTICO Nº 11: EQUIVALENCIA ENTRE TASAS SIMPLES.

Cuál es la tasa de interés simple que está pagando al banco el señor Lorenzo Gil Peleaz al descontar un documento de $ 1.000 a la tasa d= 60% anual, en los siguientes plazos: a) 120 días; b) 360 días; c) 600 días; d) 750 días. (Año: 360 días)

R: a) 0,75 anual; b)1,50 anual; c) infinito; d) - 2,40 anual.

SOLUCIÓN:

Paraqueexistaequivalenciaentreunatasadeinterésiyunatasadedescuentod,elvaloractualalatasadeinterés i en el tiempo n del valor nominal N debe ser igual al valor actual del mismo valor nominal N a la tasa d, en el mismotiempo.

- Descuento a tasai: $D = N \dfrac{i\,n}{1+i\,n}$ (1)
- Descuento a tasad: $D = N\ d\ n$ (2)

$Igualando\ (1)\ y\ (2)\ se\ tiene \qquad N\dfrac{i\,n}{1+i\,n} = N\ d\ n$

i= $\dfrac{d}{1-d\,n}$

d= $\dfrac{i}{1+i\,n}$

Nota: En un sistema de equivalencias se cumple siempre que i >d, con i y d referidos a la misma magnitud temporal.

a) n =120 días d =0,60 anual año 360 días

$i = \dfrac{0{,}60}{1-0.60*120/360}$ = 0.75 anual para 120días

b) n =360 días d = 0,60anual

$i = \dfrac{0{,}60}{1-0.60*360/360}$ = 1.50 anual para 360 días

c) n =600días d = 0,60anual

$$i = \frac{0,60}{1-0.60*600/360} \rightarrow \infty \text{ (infinito)}$$

d) n = 750 días d =0,60anual

$$i = \frac{0,60}{1-0.60*750/360} = -2.40 \text{ anual para 750días}$$

Los resultados c) y d) ponen de manifiesto el carácter irracional del descuento simple a tasa d.

Tiempo: n en años	**d anual**	**i anual**	**Valor Futuro M=N**	**Valor Presente C=V**	**Descuento Interés D=I**
0,33333	0,6	0,75	1.000	800	200
1,00	0,6	1,5	1.000	400	600
1,66666	0,6	∞	1.000	0	1000
2,08333	0,6	-2,4	1.000	-250	1250

Si **n** ↑entonces crece la diferencia entre **i** y **d**

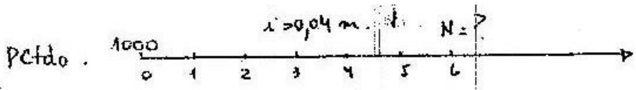
CASO DE PRÁCTICO Nº 12: EQUIVALENCIA ENTRE TASAS ADELANTADAS Y VENCIDAS.

El comerciante A. Malta vende sus artículos al contado en $ 1.000; tiene posibilidades de efectuar una venta recibiendo un documento a 6 meses de plazo. Como pretende hacerse del dinero de inmediato, consulta a su banco la tasa de interés que le cobrarían por anticiparle el dinero y así trasladar dicha tasa a su cliente. El banco le informa que cobra el 48% anual adelantado, y por ello el comerciante carga el 4% mensual al precio que cobra elcliente.

Ud. debe determinar si se benefició o se perjudicó con esta decisión. Si se hubiera perjudicado, ¿cuánto debió haberle cobrado a su cliente para evitar el perjuicio? (Año: 360 días)

R: a) Perdió $ 57,60; b) i = 5,2631579% mensual.

SOLUCIÓN:



$N = 1000\,(1 + 0{,}04 \cdot 6) = 1240.-$

Al descontarlo recibe

$V = 1240\left(1 - \frac{0{,}48}{12} \cdot 6\right) = 942{,}40.-$ ⇒ El comerciante se perjudica en: $1000 - 942{,}40 = 57{,}60$ -

Al fin de no perder, el comerciante deberá cargar una tasa más elevada tal que

$$\underbrace{1000\,(1 + i \cdot 6)\left(1 - \frac{0{,}48}{12} \cdot 6\right)}_{\text{Adelanto que recibe al descontarlo}} = 1000.-$$

$\Rightarrow i = 5{,}2631579\ \%$ Mensual

Se puede arribar al mismo resultado haciendo:

$$i = \frac{\frac{0{,}48}{12}}{1 - 6 \cdot \frac{0{,}48}{12}} = 0{,}052631579 \text{ mensual.}$$

Altern: Por equivalencia: $V_d = V_i$

$$\left(1 - \frac{0{,}48}{12} \times 6\right) = (1 + i \times 6)^{-1} \Rightarrow i = 0{,}052$$

PARTE II : ANUALIDADES

Sumario:

I. AnualidadesConstantes

CASO DE PRÁCTICO Nº 13ANUALIDAD TEMPORARIA, CONSTANTE, INMEDIATA, A INTERÉS COMPUESTO. VALUACION EN DISTINTOS MOMENTOS DEL DIAGRAMA TEMPORAL.

Se realizan durante cada uno de los próximos 7 años depósitos anuales vencidos de $7.500. La tasa de interés es del 4,5 % anual con igual capitalización.

1) Determine el monto al final del séptimoaño.
2) Si los depósitos son anticipados, ¿cuál es su valor al final del séptimo año?
3) Si se pretende conseguir un monto de $ 64.153,22 al final del séptimo año, manteniendo el valor de la tasa y el número de depósitos vencidos, ¿Cuál sería el valor de cada uno de ellos?
4) Si se mantiene la tasa original y el valor de los depósitos vencidos del enunciado, cuántos de estos son necesarios para obtener un monto de $60.143,64.
5) Si se mantienen la cantidad y monto de los depósitos vencidos del apartado tres, a qué tasa de interés deben ser invertidos los mismos para generar el monto de$64.153,22.-
6) Obtenga el valor presente de esos depósitos anuales, considerando que los mismos se realizan en forma vencida y anticipada. Utilice el desarrolloanalítico.
7) Obtenga el valor presente de esos depósitos anuales, moviéndose en el eje de tiempo a partir del valor del monto obtenido al cabo del séptimoaño.

1). A=$60.143,64
2). A=$60.850,10
3). $8.000 cadauno
4). 7 cuotas anuales vencidas de $7.500 cadauna
5). Tasa del4,5%
6). V= $44.195,26 vencida
V= $46.184,03 anticipada
7). V= $44.195,26

SOLUCIÓN:

Datos del enunciado:

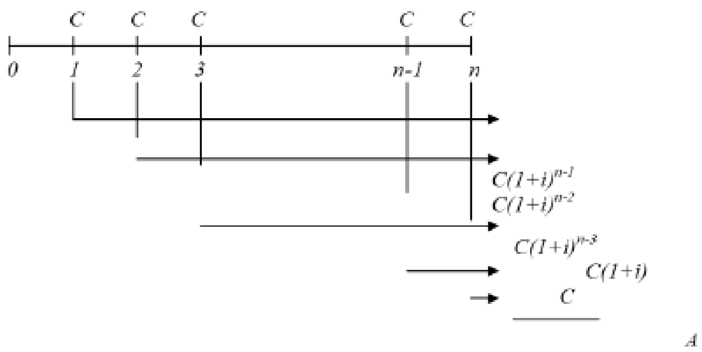
C = 7500 valor de los depósitos anuales vencidos

n = 7 depósitos anuales

i = 0,045 anual con capitalización anual

1. Monto al final del séptimo año de 7 depósitos vencidos.

Cuando se valuan rentas en el futuro se las denomina Imposiciones, formando un monto A.



Entonces tenemos que:

$$A = C + C(1+i) + \ldots\ldots + C(1+i)^{n-3} + C(1+i)^{n-2} + C(1+i)^{n-1}$$

$$A = C \cdot \left[1 + (1+i) + \ldots\ldots + (1+i)^{n-3} + (1+i)^{n-2} + (1+i)^{n-1}\right]$$

$$A = C \cdot \sum_{k=0}^{k=n-1} (1+i)^k$$

Se trata de una progresión geométrica creciente de n términos de razón (1 + i)

La suma de los términos de uma progresión geométrica está representada por la ecuación:

$$S = a \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$A = C \cdot 1 \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{1+i-1} = C \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} \Rightarrow A = C \cdot s_{\overline{n}|}$$

$$A = 7500 \left[\frac{(1{,}045)^7 - 1}{0{,}045}\right] = 60143{,}64$$

Cuando no existían calculadoras científicas o financieras, los valores de eran obtenidos a partir de las tablas logarítmicas construidas por Lascurain, Lambiase y Roca, los que están calculados para determinadas tasas de interés. En la tabla III se puede encontrar el monto de siete cuotas de $1 a la tasa del 4,5% anual.

$$s_{\overline{n}|} = 8{,}019152$$

$$A = 7500 \cdot 8{,}019152 = 60143{,}64$$

Trabajando con un diagrama temporal:

	7500	7500	7500	7500	7500	7500	7500
0	1	2	3	4	5	6	7

Si capitalizamos cada cuota hasta el séptimo año:

7° cuota: 7500 . 1 = 7500

6° cuota: 7500 . $(1{,}045)^1$ = 7837,50

5° cuota: 7500 . $(1{,}045)^2$ = 8190,19

4° cuota: 7500 . $(1{,}045)^3$ = 8558,75

3° cuota: 7500 . $(1{,}045)^4$ = 8943,89

2° cuota: 7500 . $(1{,}045)^5$ = 9346,36

1° cuota: 7500 . $(1{,}045)^6$ = 9766,95

---

2. Monto al final del séptimo año de 7 depósitos anticipados

   C = 7500 valor de los depósitos anuales anticipados
   n = 7 cuotas anuales
   i = 0,045 anual

7500	7500	7500	7500	7500	7500	7500	cuotas anticipadas
0	1	2	3	4	5	6	7

$$A = C\cdot(1+i)\cdot\frac{(1+i)^n-1}{i} = C\cdot S_{\overline{n}|i} = C\cdot(1+i)\cdot s_{\overline{n}|i}$$

Para calcular el monto de cuotas anticipadas, se debe calcular el monto de cuotas vencidas y a éste capitalizarlo por un período más. Una Imposición anticipadas $S_{\overline{n}|i}$ es igual a la vencida $s_{\overline{n}|i}$ capitalizada por un período adicional (1 + i)

$$S_{\overline{n}|i} = s_{\overline{n}|i}\ .\ (1+i)$$

A $\quad A = 7500 \left[\frac{(1{,}045)^7 - 1}{0{,}045} \right] . (1 + 0{,}045) = 62850{,}10$

Si capitalizamos cada cuota hasta el séptimo año:

7° cuota: $7500 \,.\, (1{,}045)^1 = 7837{,}50$

6° cuota: $7500 \,.\, (1{,}045)^2 = 8190{,}19$

5° cuota: $7500 \,.\, (1{,}045)^3 = 8558{,}75$

4° cuota: $7500 \,.\, (1{,}045)^4 = 8943{,}89$

3° cuota: $7500 \,.\, (1{,}045)^5 = 9346{,}36$

2° cuota: $7500 \,.\, (1{,}045)^6 = 9766{,}95$

1° cuota: $7500 \,.\, (1{,}045)^7 = 10206{,}46$

---

3. Valor de cada depósito vencido:

A = 64153,22 n = 7 años i = 0,045 anual

$$64153{,}22 = C \; \frac{(1 + 0{,}045)^7 - 1}{0{,}045}$$

C = 8000 Anuales vencidos

R: 7 depósitos anuales vencidos de $8000 cada uno

---

4. Cálculo del número de depósitos:

i = 0,045 anual C = 7500 vencidos A = 60143,64

$$60143{,}64 = 7500 \; \frac{(1 + 0{,}045)^n - 1}{0{,}045}$$

Para determinar el número de depósitos anuales vencidos necesarios para acumular um monto de $60143,64, se puede resolver la ecuación anterior por logaritmo natural:

$(1{,}045)^n = 1{,}36086184$ donde $n = 7$ depósitos anuales

R: Para formar un monto de $ 60143,64 es necesario depositar 7 cuotas anuales vencidas de $7500 cada una.

5. Cálculo de la tasa de interés:

C = 8000 vencidos *n = 7 años* *A = 64153,22* i ?

El problema en las anualidades es el cálculo de la tasa de interés puesto que la misma no puede ser despejada de manera simple en la ecuación del monto.

¿Cómo se la obtiene?

Utilizando algunos de los siguientes métodos:

a) Mediante tablas financieras (está limitado a las tasas que se tomaron como base para la confección de las mismas).
b) Por dos aproximaciones sucesivas (interpolación simple).
c) Mediante calculadoras financieras, software adecuados y herramientas de Microsoft.

$$64153,22 = 8000 \ \frac{(1+i)^7 - 1}{i}$$

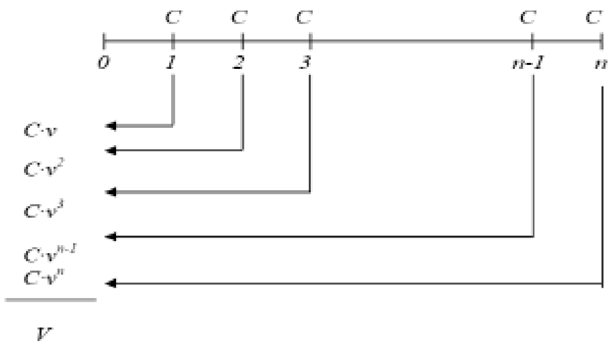
Como se observa, no se puede despejar la incógnita tasa. En la tabla financiera III se puede encontrar el valor de la tasa utilizada para formar un monto de 7 cuotas vencidas de $1cada una, de la siguiente manera:

$s_{\overline{n}|i}$ = 8,01915250 para n = 7 y C = 1

i = 0,045

R: Los 7 depósitos anuales vencidos de $8000.- deben ser depositados a la tasa del 4,5% para formar un monto de $ 64.153,22.

6. Cálculo del valor presente. Desarrollo analítico.



$$V = C\ (v + v^2 + v^3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + v^{n-1} + v^n)$$

$$S = a \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$a_{\overline{n}|}^{i} = v \cdot \frac{1 - v^n}{1 - v} = \frac{1}{1+i} \cdot \frac{1 - v^n}{1 - \frac{1}{1+i}} = \frac{1 - v^n}{i}$$

$$V = c\, a_{\overline{n}|}^{i} = c\, \frac{1 - v^n}{i} = c\, \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

C = 7500 anuales vencidos   n = 7 años   i = 0,045 anual con actualización anual

V	7500	7500	7500	7500	7500	7500	7500
0	1	2	3	4	5	6	7

- Se calcula el valor actual de los 7 depósitos vencidos, actualizando el valor de cada uno al momento cero.

$V = 7500\ (1{,}045)^{-1} + 7500\ (1{,}045)^{-2} + 7500\ (1{,}045)^{-3} + 7500\ (1{,}045)^{-4} +$
$7500\ (1{,}045)^{-5} + 7500\ (1{,}045)^{-6} + 7500\ (1{,}045)^{-7}$

V = 7177,03 + 6867,.97 + 6572,22 + 6289,21 + 6018,38 + 5759,22 + 5511,21

V = \$ 44.195,24

- Con la fórmula: $V = C\ a_{\overline{n}|}^{i} = C \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$

$$V = 7500 \left[\frac{1 - (1{,}045)^{-7}}{0{,}045} \right]$$

V = \$ 44.195,26

- Con tablas financieras, T. IV, se obtiene el valor actual de cuotas vencidas de \$1 cada una a la tasa del enunciado 4,5% anual.

$a_{\overline{n}|}^{i} = 5{,}892701$

$V = C\ a_{\overline{n}|}^{i} = 7500\ .\ 5{,}892701 = \$\ 44.195{,}26$

Cálculo del valor actual si las cuotas fueran anticipas.

V 7500	7500	7500	7500	7500	7500	7500	
0	1	2	3	4	5	6	7

$V = 7500 + 7500\ (1{,}045)^{-1} + 7500\ (1{,}045)^{-2} + 7500\ (1{,}045)^{-3} + 7500\ (1{,}045)^{-4} +$
$7500\ (1{,}045)^{-5} + 7500\ (1{,}045)^{-6}$

V = 7500 + 7177,03 + 6867,.97 + 6572,22 + 6289,21 + 6018,38 + 5759,22

V = $ 46.184,03

La amortización vencida tiene un período menos de actualización, por lo que su valor actual es mayor al de cuotas vencidas. Por lo que la amortización anticipada es igual a la vencida por un factor de capitalización (1 + i).

$$\ddot{a}_{\overline{n}|}^{i} = a_{\overline{n}|}^{i}\ (1 + i)$$

7. Obtención del valor presente del conjunto de pagos a partir del monto formado por los mismos.

A = 60143,64 monto formado por 7 depósitos vencidos de $7500 capitalizados a la tasa del 4,5%

Para obtener el valor actual de los mismos al momento cero, se debe actualizar el monto por el factor de actualización $(1{,}045)^{7}$

$V = 60143{,}64\ (1{,}045)^{7} = \$\ 44.195{,}26$

CASO DE PRÁCTICO Nº 14: ANUALIDAD TEMPORARIA, CONSTANTE, INMEDIATA, VENCIDA Y ENTERA. CÁLCULO DEL MONTO.

El señor Angel A. Trossero decidió depositar el día que cumplió 23 años la suma de $100. Luego siguió depositando la misma cantidad en cada uno de los cumpleaños siguientes hasta el de los 35 años inclusive, ganando en estos depósitos el 5% anual con igual capitalización. Posteriormente todo lo acumulado lo invierte a la misma tasa con capitalización anual, hasta el día que cumple sus 40 años.
Se pide calcular el monto a interés compuesto acumulado hasta dicho momento.

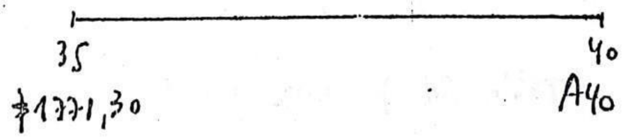
R: A = $2.260,68

SOLUCIÓN

$$A(35) = 100 + 100(1+i) + \dots + 100(1+i)^{11} + 100(1+i)^{12}$$

$$A(35) = 100\, s_{\overline{13}|i} = 100\, s_{\overline{13}|0{,}05} = 1.771{,}298285$$

Lo acumulado a los 35 años se valúa a los 40 años



$$A_{40} = A_{35}(1{,}05)^5 = 1771{,}3\,(1{,}05)^5 = \underline{\underline{2260{,}68}}$$

CASO DE PRÁCTICO Nº 15: ANUALIDAD TEMPORARIA, CONSTANTE, INMEDIATA, VENCIDA Y ENTERA. CÁLCULO DE CUOTA, TIEMPO Y TASA.

Un conjunto de cuotas iguales, vencidas, inmediatas y anuales con capitalización anual, forma un monto final de $45.578,79.

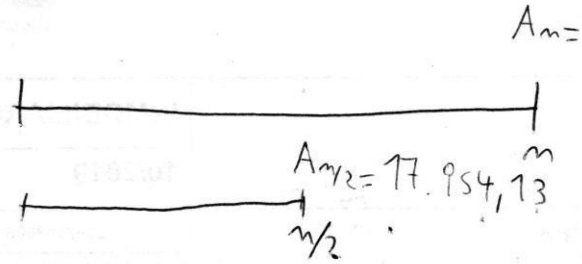
Se sabe también que el monto que forman los primeros desembolsos, hasta el momento n/2 inclusive, es de $ 17.954,13.

Se conoce que la tasa de interés de la operación es del 9% anual.

Encuentre el valor de cada cuota y la cantidad de las mismas.

R:
c = $ 3.000
n = 10 años

SOLUCIÓN:



$A_n = 45.578{,}79$

$A_{n/2} = 17.954{,}13$

$i = 9\%$

$$A_n = A_{n/2}(1+i)^{n/2} + A_{n/2}$$

$$45.578{,}79 = 17.954{,}13(1+0{,}09)^{n/2} + 17.954{,}13$$

$$\boxed{n = 10}$$

$$A_n = c\,\Lambda^{i}_{\overline{n|}}$$

$$45.578{,}79 = c\,\Lambda^{9\%}_{\overline{10|}}$$

$$\boxed{c = 3.000}$$

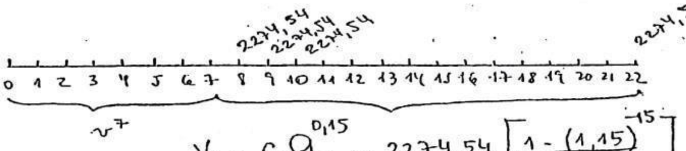
<u>CASO DE PRÁCTICO Nº 16:</u> ANUALIDAD TEMPORARIA, CONSTANTE, DIFERIDA, VENCIDA Y ENTERA. CÁLCULO DEL VALOR PRESENTE.

¿Qué suma recibirá en préstamo la empresa Abastecedora del NOA SA si debe reintegrarla en 15 pagos anuales vencidos de $2.274,54 cada uno, con un interés del 15% anual con igual actualización, si el primer pago se realiza 8 años después de recibido el préstamo?

R: V = $ 5.000

SOLUCIÓN:

SOLUCIÓN



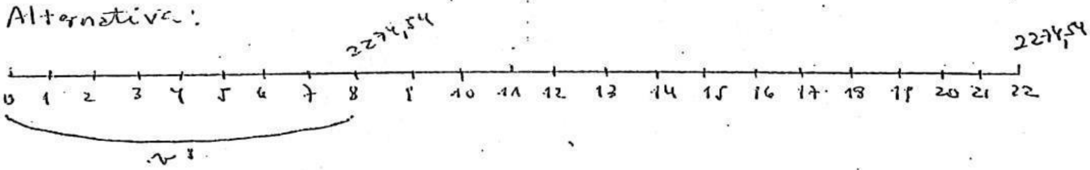
$$V_7 = c\, a_{\overline{15|}}^{0,15} = 2274,54 \left[\frac{1-(1,15)^{-15}}{0,15} \right]$$

$$V_7 = 13.300,08$$

$$V_0 = V_7 \,(1+i)^{-7} = 13300,08\,(1,15)^{-7}$$

$$V_0 = \$5.000.–$$

Alternativa:



$$V = v^8\, c\, a_{\overline{15|}}^{i} = v^8\, c\, \underbrace{a_{\overline{15|}}^{i} (1+i)}_{\ddot{a}_{\overline{15|}}^{i}} = v^7\, c\, a_{\overline{15|}}^{i}$$

CASO DE PRÁCTICO Nº 17:ANUALIDAD TEMPORARIA, CONSTANTE, INMEDIATA, VENCIDA Y ENTERA. VALUACIÓN EN DISTINTOS MOMENTOS DE TIEMPO DE UN CONJUNTO DE DESEMBOLSOS.

El señor Eliseo Tulián compró una finca citrícola por $50.000 de anticipo, comprometiéndose además a pagar $2.000 vencidos cada año durante los próximos 40 años. Se pactó un interés del 6% anual.

a) ¿Cuál era el valor de contado de lafinca?
b) Si omitiera los primeros 12 pagos, ¿cuánto debe pagar en el vencimiento del 13º para ponerse alcorriente?
c) Después de haber hecho 8 pagos, desea liquidar el saldo existente mediante un pago único en el vencimiento del 9º pago. ¿Cuánto debe pagar además del pago regularvencido?
d) Si omite los primeros 10 pagos, ¿cuánto debe pagar cuando venza el 11º pago para liquidar el total de sudeuda?

R:

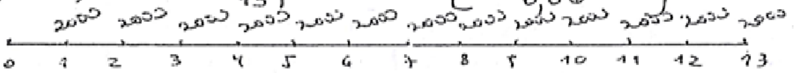
a)$80.092,60
b)$37.764,30
c)$27.858,20
d) $57.124,70

SOLUCIÓN

a) $V = 50.000 + 2.000\, a_{\overline{40}|}^{0,06} = 50.000 + \underbrace{2.000 \cdot 15,046297}_{30.092,60.-}$

$V = 80.092,60.-$

b) $V_{b)} = 2000\, s_{\overline{13}|}^{0,06} = 2000\left[\frac{(1,06)^{13}-1}{0,06}\right] \cong 37.764,28.-$



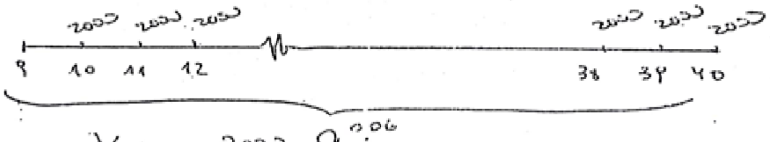
c) Se pagaron 8 cuotas

Se pagará en forma normal la 9ª cuota

Se desea conocer el valor actual de las 31 cuotas restantes.

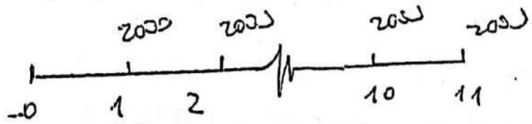
$V_{c)} = 2000\, a_{\overline{31}|}^{0,06} = 2000\left[\frac{1-(1,06)^{-31}}{0,06}\right]$

$V_{c)} \cong 27858,17$

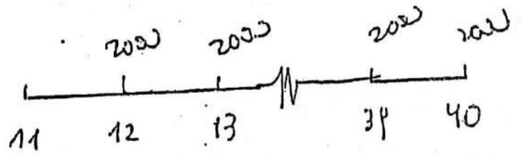


$V_{c)} = 2000\, a_{\overline{31}|}^{0,06}$

d) Se capitalizan los primeros 11 pagos. Se actualizan los 29 desembolsos todavía no vencidos.



$$2000\, s_{\overline{11}|}^{0,06} = 29.943,29.-$$



$$2000\, a_{\overline{29}|}^{0,06} = 27.181,44.-$$

$$V_d) = 29943,29 + 27181,44 \cong 57.124,73.-$$

alternativa: $2000\, a_{\overline{40}|}^{0,06}\,(1,06)^{11} = 57.124,73.-$

CASO DE PRÁCTICO Nº 18:ANUALIDAD TEMPORARIA, CONSTANTE, INMEDIATA, VENCIDA Y ENTERA. EVALUACIÓN FINANCIERA DE UN PROYECTO DEINVERSIÓN

La Universidad Nacional piensa en reforestar parte de su parque biológico. El ingeniero forestal ha estimado los egresos e ingresos de la siguiente manera:

Egresos: a) Desembolso inicial de €1.247.424,85;
b) Desembolsos anuales de €400.000 cada uno, al fin de cada año durante los 5 primeros años.

Ingresos: c) €1.000.000 al final del décimo año.
d) €3.000.000 al final del undécimoaño.
e) €11.000.000 al final del decimoquintoaño.

Los biólogos reaccionaron con entusiasmo ante las cifras ya que invirtiendo €3.247.424,85 (la suma del valor nominal de todos los egresos) a la Universidad Nacional le iban a ingresar €15.000.000 (la suma del valor nominal de todos los ingresos) y ganar, en consecuencia €11.752.575,15.
Un zoólogo sugirió preguntar a alguna persona con conocimientos de Matemática Financiera, para determinar la conveniencia de ejecutar el proyecto, estando todos de acuerdo en que la tasa nominal anual vencida es del 14 % con capitalización anual, durante todo el lapso del proyecto.

¿Puede Ud. ilustrar a las autoridades de la Universidad Nacional sobre la conveniencia o no de ejecutar el proyecto?

R: No conviene ejecutar el proyecto. A valores presentes la Universidad Nacional perderá 100.000 euros

SOLUCIÓN

Tomemos una fecha focal cualquiera, por ejemplo el momento cero.

Valores de los egresos en el momento cero:

$$E_0 = 1.247.424,85 + 400.000\, a_{\overline{5|}}^{0,14}$$
$$= 1.247.424,85 + 1.373.232,39$$
$$= 2.620.657,24$$

Valores de los ingresos en el momento cero

$$I_0 = 1000\,000\,(1,14)^{-10} + 3000\,000\,(1,14)^{-11} + 11\,000\,000\,(1,14)^{-15}$$

$$I_0 = 269.743,81 + 709.852,13 + 1541061,30$$

$$I_0 = 2520\,657,24$$

$E_0 - I_0 = -100.000$. — Se pierden €100.000. —

Debe advertirse que, cualquiera sea la fecha focal que se adopte para realizar el cálculo, el resultado conceptual es el mismo. No conviene porque los egresos son mayores que los ingresos.

El valor de la pérdida, en el momento 5, por ejemplo será

$$E_5 = 1247242,85\,(1,14)^5 + 400.000\, s_{\overline{5}|0,14}$$

$$2401810 + 2644041,66$$

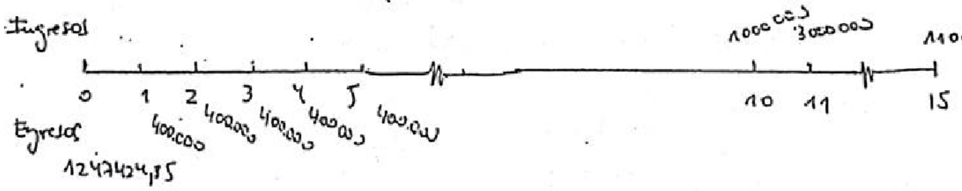
$$E_5 = €5045851,66$$

$$I_5 = €4853310,20$$

La pérdida, valuada en el momento 5, es de € 192.541,55

Observe que la pérdida del momento cero (€100.000), capitalizada 5 años $[(1,14)^5]$, es la pérdida calculada al momento 5

$$100.000\,(1,14)^5 = 192.541,55$$



CASO DE PRÁCTICO Nº 19:ANUALIDAD PERPETUA, CONSTANTE, INMEDIATA, VENCIDA Y ENTERA. CÁLCULO DEL VALOR PRESENTE.

La Fundación Carlos Lambiase establece una beca fija anual, constante, inmediata, vencida y perpetua de $1.135,29 con destino al mejor estudiante de Matemática Financiera.Determine:

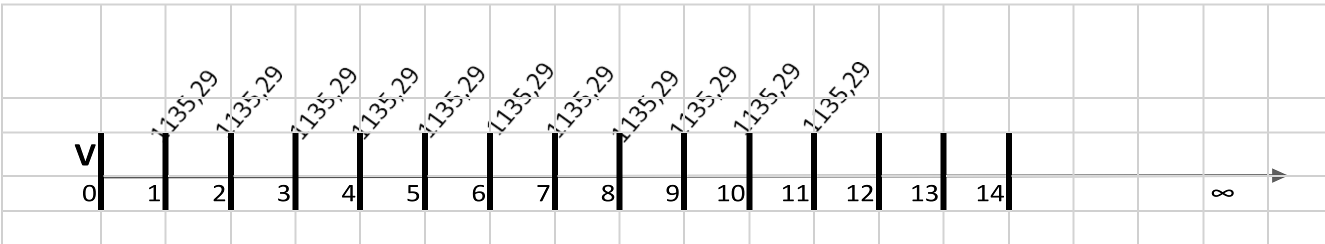
a) Siendo la tasa de interés vigente en todo el período del 8% anual, ¿Cuál es el capital con que debe contar hoy laFundación?
b) Si luego de transcurridos diez años la tasa de interés se eleva al 12% anual, ¿con qué capital debe contar hoy laFundación?

R: a) V = $ 14.191,13 b) V = $ 12.000

SOLUCION:

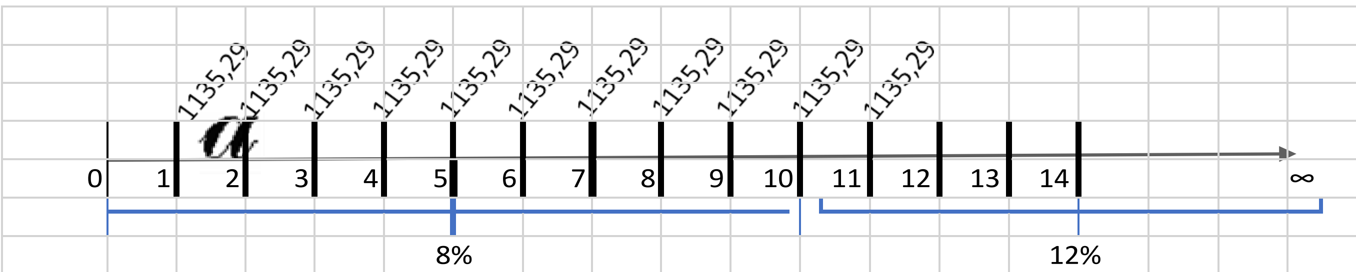
a) Valor a actual de una perpetuidad inmediata vencida, al 8%anual:

$V = C\,\infty$; $V = C/i$; $V = \dfrac{1132.29}{0{,}08} = 14.191{,}13$



b) Se resuelve planteando la suma de dos valores actuales:

➢ Valor actual de una Anualidad inmediata, temporaria, de 10 cuotas vencidas, al 8%anual.



$V = C\, a_{\overline{10|}}$ $V = 1135{,}29\ \dfrac{1 - v^{10}}{0{,}08} = 7617{,}85$

- Valor actual de una perpetuidad diferida por 10 años, valuada al momento 0, al 12%anual.

Al momento10: $V = C/ i$; $V = \frac{1135,29}{0,12} = 9460,75$

Al momento0: $V = \frac{9460,75}{(1 + 0,08)^{10}} = 4382,15$

Valor actual almomentocero: V = 7617,85 + 4382,15 =12.000.-

PARTE III: SISTEMAS DE AMORTIZACION

Sumario

Sistema Francés o Europeo

SISTEMA FRANCES O EUROPEO.

CASO DE PRACTICO Nº 20: CUADRO DE AMORTIZACIÓN

Una deuda de $ 60.000 se amortiza en 12 meses al 2% mensual por el sistema de amortización francés. Se pide:

a) Confeccionar el cuadro de amortización. (Año 360días)
b) Composición de la sextacuota.
c) Total de intereses del primer semestre y total de intereses del segundo semestre.
d) Saldo deudor al final del sexto período, por el método de amortizaciones pendientes.
e) Momento en el que la deuda queda reducida a lamitad.
f) Saldo deudor al final del octavo período, por el método de las cuotas pendientes.

Tareas para el hogar:

a) Elija un instante cualquiera del cuadro de marcha y calcule el saldo deudor por los cinco métodos aprendidos en las clasesteóricas.
b) Confeccione cuadro de marcha utilizando planilla Excel.

SOLUCIÓN:

a) CUADRO DEAMORTIZACIÓN

Período	Saldo Deudor Inicial	Cuota	Interés	Fondo Amortizante	Amortización Acumulada
1	60.000,00	5.673,58	1.200,00	4.473,58	4.473,58
2	55.526,42	5.673,58	1.110,53	4.563,05	9.036,62
3	50.963,38	5.673,58	1.019,27	4.654,31	13.690,93
4	46.309,07	5.673,58	926,18	4.747,39	18.438,33
5	41.561,67	5.673,58	831,23	4.842,34	23.280,67
6	36.719,33	5.673,58	734,39	4.939,19	28.219,86
7	31.780,14	5.673,58	635,60	5.037,97	33.257,83
8	26.742,17	5.673,58	534,84	5.138,73	38.396,56
9	21.603,44	5.673,58	432,07	5.241,51	43.638,07
10	16.361,93	5.673,58	327,24	5.346,34	48.984,41
11	11.015,59	5.673,58	220,31	5.453,26	54.437,67
12	5.562,33	5.673,58	111,25	5.562,33	60.000,00

$V = 60000$
$n = 12$ meses
$i = 0{,}02$ mensual

$V = c\, a_{\overline{n}|i}$
$60000 = c\, a_{\overline{12}|2\%}$
$\hookrightarrow c = \$\, 5673{,}58$

b) composición de la sexta cuota:

$V = t_1\, s_{\overline{n}|i}$

$60000 = t_1\, s_{\overline{12}|2\%} \Longrightarrow t_1 = \$\, 4473{,}58.$

$t_6 = t_1 (1+i)^5$

$t_6 = 4473 (1+0{,}02)^5 \Longrightarrow \boxed{t_6 = 4939{,}19}$

$C = C_6 = I_6 + t_6$

$5673{,}58 = I_6 + 4939{,}19$

$\Longrightarrow \boxed{I_6 = 734{,}39}$

$\therefore C_6 = I_6 + t_6$

$5673{,}58 = 734{,}39 + 4939{,}19$

c) Intereses del Primer Semestre:

$\sum_{k=1}^{6} I_k = 6 \cdot C - t_1 \Delta_{\overline{6}|}^{i}$

$= 6 \cdot 5673{,}58 - 4473{,}58 \, \Delta_{\overline{6}|}^{2\%} = \boxed{5821{,}60}$

Intereses del Segundo Semestre:

$\sum_{k=7}^{12} I_k = 6 \cdot C - t_7 \Delta_{\overline{6}|}^{i}$

$= 6 \cdot 5673{,}58 - \underbrace{4939{,}19 (1+0{,}02)}_{t_6 (1+i) = t_7} \Delta_{\overline{6}|}^{2\%} = \boxed{2261{,}31}$

d) $V_6 = t_7 \Delta_{\overline{6}|}^{i} = 5037{,}97 \, \Delta_{\overline{6}|}^{2\%} = \boxed{31780{,}14}$

e) $V_k = c \, a_{\overline{n-k}|}^{i}$; $V_k = \frac{V}{2} = \frac{60000}{2} = 30000$

$30000 = 5673{,}58 \, a_{\overline{12-k}|}^{2\%} \Longrightarrow \boxed{k \cong 6}$

f) $V_8 = c \, a_{\overline{n-8}|}^{i} \Longrightarrow 5673{,}58 \, a_{\overline{12-8}|}^{2\%} = \boxed{21603{,}44}$

CASO DE PRACTICO Nº 21: APLICACIONES

Una deuda se cancela por el sistema europeo o francés en 40 cuotas mensuales vencidas de $ 10.000 al 2 % mensual. Hallar:

a) En qué período el total amortizado alcanza al 70% de la deudaoriginal.
b) En qué período la cuota de amortización supera la cuota deinterés.
c) Que amortización extraordinaria debe hacerse con el noveno pago para que las futuras cuotas se reduzcan a un25%.
d) Luego de pagar la cuota n º 31, se decide reducir el número de cuotas a 36.¿Cuál ha de ser el valor de las últimas cinco cuotas que faltan pagar?.

$$n = 40$$
$$c = 10000$$
$$i = 0{,}02$$

a) $$0{,}70V = t_1 \, s_{\overline{k}|}^{\,i}$$

$$0{,}70 \cancel{t_1} \, s_{\overline{n}|}^{\,i} = \cancel{t_1} \, s_{\overline{k}|}^{\,i}$$

$$0{,}70 \, s_{\overline{40}|}^{\,2\%} = s_{\overline{k}|}^{\,2\%} \Longrightarrow \boxed{k \cong 31}$$

b) $$t_k = I_k$$

$$C = 2t_k \Longrightarrow t_k = 5000$$

$$t_k(1+i)^{n-k+1} = C$$

$$5000\,(1+0{,}02)^{40-k+1} = 10000$$

$$\Longrightarrow \boxed{k = 6}$$

c) $V_9 = C \, a_{\overline{n-9}|\, i}$

$V_9 = 10000 \, a_{\overline{40-9}|\, 2\%}$

$\boxed{V_9 = 229377{,}015}$

$V_9' = 2500 \, a_{\overline{40-9}|\, 2\%}$

$\boxed{V_9' = 57344{,}254}$

Amortización extraordinaria: $V_9 - V_9'$

$V_9 - V_9' = 229377{,}015 - 57344{,}254$

$= \boxed{172032{,}76}$

d) $V_{31} = C \, a_{\overline{n-31}|\, i}$

$V_{31} = 10000 \, a_{\overline{40-31}|\, 2\%}$

$V_{31} = 81622{,}37$

$81622{,}37 = C \, a_{\overline{36-31}|\, 2\%}$

$\Longrightarrow \boxed{C = 17316{,}87}$

<u>CASO DE PRACTICO Nº 22</u>: APLICACIONES

Una deuda se amortiza por el sistema francés de amortización en cuotas mensuales, a una tasa mensual de interés del 3%. Se conoce que el interés del cuarto período asciende a \$ 1.095,57 y que la primera cuota de amortización representa el 8,723051% de la deudatotal.
Calcular el monto nominal de los intereses pagados y saldo deudor al final del octavo período por el método de las cuotas pendientes.

SOLUCIÓN:

$i = 0{,}03$

$I_4 = 1095{,}57$

$t_1 = 0{,}08723051\,V$

$$V = t_1\, s_{\overline{n}|}^{\,i}$$

$$\cancel{V} = 0{,}08723051\,\cancel{V}\, s_{\overline{n}|}^{\,i}$$

$$1 = 0{,}08723051\, s_{\overline{n}|}^{\,3\%} \Longrightarrow \boxed{n = 10}$$

$$C = I_4 + t_4 \quad ; \quad a_{\overline{10}|}^{-1} = 0{,}11723051$$

$$V a_{\overline{n}|}^{-1\,i} = I_4 + t_1 (1+i)^3$$

$$V \cdot 0{,}11723051 = 1095{,}57 + 0{,}08723051 \cdot V \cdot (1+0{,}03)^3$$

$$\Longrightarrow \boxed{V = 50000}$$

$$V = C\, a_{\overline{n}|}^{\,i} \Longrightarrow 50000 = C\, a_{\overline{10}|}^{\,3\%} \Longrightarrow \boxed{C = 5861{,}53}$$

$$\sum_{k=1}^{10} I_k = nC - V = 10 \cdot 5861{,}53 - 50000 = \boxed{8615{,}30}$$

$$V_8 = C\, a_{\overline{n-8}|} = 5861{,}50\, a_{\overline{2}|}^{\,3\%} = \boxed{11\,215{,}86}$$

CASO DE PRACTICO Nº23: APLICACIONES. CUOTAS PERPETUAS

Por una deuda de $ 83.618, corresponde desembolsar cuotas anuales fijas, inmediatas, enteras y a perpetuidad de $ 6.689,44 cada una, siendo la tasa de interés del 8 % anual con igual actualización. ¿cuál sería el valor del fondoamortizante?

SOLUCION:

Si $n \to \infty$ la deuda no se amortiza nunca. Se trata de unaperpetuidad.

$V = C\, a_{\overline{n}|i} = C \dfrac{1}{i}$; luego $C = V.\ i = 83.618\ .\ 0{,}08 = 6.689{,}44 = I_1$

Por lo que: $t_1 = 0$ yentonces $t_k = 0$

<u>CASO DE APLICACIÓN</u> (para la casa)

<u>Información</u> complementaria

Cuando acudimos a la concesionaria, nos informan lo siguiente:

1) Para acceder a esta financiación, se debe un derecho de suscripción (que la concesionaria llama "quebranto") de 15.000$ al momento de la compra. Además, se debe prendar el auto. Derecho de constitución de prenda:5.000$.
2) Si decidiéramos comprar de contado, podríamos obtener un descuento del 1,50% sobre el valor delvehículo.

¿Cuál es el CFT (Costo Financiero Total) anual si decidiéramos acceder a la financiación?

<u>Solución</u>

Valor del vehículo al momento 0, en el caso de pagar de contado = 491.800 . (1-0,015) = **484.423**.

En caso de financiarlo,

$$484.423 = 15.000 + 5.000 + (491.800 - 100.000) + \left(\frac{100.000}{12} \cdot a^{i}_{12]}\right)$$

$$72.623 = 8.333,33 \cdot a^{i}_{12]}$$

$$i = 5,30\%\ mensual$$